



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Természettudományi Kar

1. Matematika Szintrehozó Előadás

Feladatgyűjtemény tanulószobára

Írták:
Andorfi István
és
Rudner László



BME Wigner Jenő Szakkollégium

1. feladat

Bontsuk föl a zárójeleket!

a) $5 \cdot (3 - a)$

e) $4(b - a) + 4.5(2a + b) - 0.5b$

b) $(-3) \cdot (2 - 3b)$

f) $\frac{1a + 2b + 5c}{2} + \frac{7a + 9c + 10b}{2}$

c) $x \cdot (x + 1)$

d) $(2 \cdot 2b) \cdot 2 + 8a : 2$

g) $3[2a + 2(b - a) - b] + a$

2. feladat

Kiemeléssel alakítsuk szorzattá!

a) $x + 3x + xy + 4yx$

b) $abc - ab + abc - ab$

3. feladat

Bizonyítsuk az alábbi nevezetes azonosságokat!

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

c) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

d) $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

e) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

f) $(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) = a^3 - b^3$

4. feladatVégezzük el az alábbi polinomosztást: $(75b + 50) : (3b + 2)$ **5. feladat**

Adjuk meg az alábbi számok prímtényező felontását! Keressük meg az egymás mellett lévők legkisebb közös többszörösét és legnagyobb közös osztóját!

a) 340

d) 2004

b) 2222

e) 2005

c) 6912

f) 1234

6. feladat

Oldjuk meg az alábbi összeadásokat!

$$\text{a) } \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} \qquad \text{b) } \frac{4}{12} + \frac{5}{15} + \frac{12}{18} \qquad \text{c) } \frac{32}{28} + \frac{25}{35} + 2 + \frac{18}{42}$$

7. feladat

Vonjuk össze az alábbi algebrai törteket!

$$\text{a) } \frac{2n - 3m}{3} - \frac{2(n - 2m)}{5} + \frac{3(n + m)}{2} \qquad \text{b) } \frac{5 - g}{g^2 - 8g + 16} + \frac{6}{5g - 20}$$

8. feladat

Vonjuk össze az alábbi algebrai törteket!

$$\text{a) } \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)}$$

$$\text{b) } \frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{a+c}{(a-b)(b-c)}$$

$$\text{c) } \frac{4a^2 - (b-c)^2}{(2a+c)^2 - b^2} + \frac{b^2 - (c-2a)^2}{(2a+b)^2 - c^2} + \frac{c^2 - (2a-b)^2}{(b+c)^2 - 4a^2}$$

9. feladat

$$\text{a) } \frac{8}{7} \cdot \frac{9}{4} \qquad \text{b) } \frac{80}{48} \cdot \frac{18}{15} \qquad \text{c) } \frac{8}{5} \cdot 2\frac{1}{7} \qquad \text{d) } \frac{13}{21} : \frac{39}{70} \qquad \text{e) } \frac{13}{10} : \frac{23}{10}$$

10. feladat

Mennyi a következő szorzat értéke?

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \left(1 - \frac{1}{25}\right) \left(1 - \frac{1}{36}\right) \left(1 - \frac{1}{49}\right) \quad (1)$$

11. feladat

Tizenketten tizenkét kenyeret visznek: minden férfi két-két kenyeret, minden nő egy-egy fél kenyeret és minden gyerek egy-egy negyed kenyeret. Hányan vannak a férfiak, asszonyok és gyerekek?

12. feladat

Végezzük el az algebrai törtek szorzását és osztását!

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{2a^3 - 2b^3}{3a + 3b} \cdot \frac{6a^2 - 6b^2}{a^2 - 2ab + b^2} & \text{c)} \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x} - 1 \right) \\ \text{b)} \frac{2a + 2b}{3a - 3b} : \frac{6a + 6b}{5a - 5b} & \end{array}$$

13. feladat

Végezzük el az algebrai törtek szorzását és osztását!

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left(\frac{a^2 - ab}{a^2b + b^3} - \frac{2a^2}{b^3 - ab^2 + a^2b - a^3} \right) \cdot \left(1 - \frac{b-1}{a} - \frac{b}{a^2} \right) \\ \text{b)} \left(\frac{2a}{a+1} - \frac{2}{a-1} + \frac{4a}{a^2-1} \right) \cdot \left(\frac{2a}{a+1} - \frac{2}{a-1} - \frac{4a}{a^2-1} \right) \\ \text{c)} \left(\frac{2ab}{4a^2 - 9b^2} + \frac{b}{3b - 2a} \right) : \left(1 - \frac{2a - 3b}{2a + 3b} \right) \end{array}$$

14. feladat

Számítsuk ki az alábbi hatványokat:

$$\begin{array}{llllll} \text{a)} 2^6 & \text{c)} 0.2^{-1} & \text{e)} 5^{-2} & \text{g)} \left(\frac{5}{2} \right)^{-3} & \text{h)} \left(\frac{3^{-2}}{5^3} \right)^{-2} \\ \text{b)} \left(\frac{2}{5} \right)^4 & \text{d)} 1.3^{-2} & \text{f)} \frac{2}{6^{-1}} & & \end{array}$$

15. feladat

Hozzuk egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{\left(\frac{2x^{-5}}{y^2} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{y^{-3}}{2x^6} \right)^{-2}}{\left(\frac{2y^2}{x^{-3}} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^{-2}}{2y^{-4}} \right)^3} & \text{b)} \frac{(a^3b)^4 \cdot b^3}{(ab^2)^5 a^2} : \frac{(a^5)^2 b}{(a^4b^3)^2} \end{array}$$

16. feladat

Legyen $a, b, c \in \mathbb{N}^+$. Adjuk meg az értéküket úgy, hogy

$$10^a + 3 \cdot 10^b + 2 \cdot 10^c = 32100 \quad (2)$$

17. feladat

Számoljuk ki a $(2^4 + 2^4)^5$ és a $(3^4 - 3^2)^4$ értékét!

Megoldás. Emlékeztető: az összeget és különbséget NEM hatványozhatjuk tagonként!

18. feladat

Egy papírlap 0.1 mm vastag. 50 félbehajtás után milyen vastag lesz? A Tejútrendszer átmérője kb. 97500 ly. Hányszor kellene félbehajtani, hogy átérje a Tejutat?

19. feladat

Végezzük el az alábbi gyökvonásokat!

a) $\sqrt{16}$

c) $\sqrt{(a-1)^2}$

e) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1}$

b) $\sqrt{2500}$

d) $\sqrt{(-a)^2}$

f) $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{25a^4b^4}{2(a+b)^2}}$

20. feladat

Alakítsuk szorzattá az alábbi kifejezéseket!

a) $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

c) $p + \sqrt{p} + p^2 + \sqrt{p^3}$

b) $\sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{15}$

d) $\sqrt{xy} + \sqrt{pq} + \sqrt{py} + \sqrt{xq}$

21. feladat

Számítsuk ki a következő kifejezések pontos értékét!

a) $(2\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{12}) \cdot (\sqrt{48} + \sqrt{5})$

b) $\left(\frac{8}{\sqrt{5}+3} - \frac{20}{\sqrt{5}-3} - \frac{4}{\sqrt{5}-2}\right) \cdot (13 + \sqrt{5})$

22. feladat

Gyöktelenítsük az alábbi törtek nevezőjét!

a) $\frac{a}{\sqrt{a}}$

c) $\frac{4\sqrt{2} + 6\sqrt{8} + 3\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{15}{3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}}$

b) $\frac{2pq^2}{\sqrt{pq}}$

23. feladat

Határozzuk meg az alábbi kifejezés előjelét!

$$\sqrt{2005 + \sqrt{2005^2 - b^2}} - \sqrt{2005 - \sqrt{2005^2 - b^2}} - \sqrt{6} \quad (3)$$

24. feladat

Végezzük el az alábbi gyökvonásokat!

- a) $\sqrt[3]{27}$ d) $\sqrt[6]{-64}$ f) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ h) $\sqrt[5]{c^5}$
 b) $\sqrt[5]{-243}$
 c) $\sqrt[4]{16}$ e) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ g) $\sqrt[4]{b^4}$

25. feladat

Vigyünk ki a gyökjel elé a lehetséges szorzófaktorokat!

- a) $\sqrt[3]{24}$ c) $\sqrt[5]{64}$ e) $\sqrt[4]{64x^3}$
 b) $\sqrt[3]{54}$ d) $\sqrt[3]{8b^2}$ f) $\sqrt[4]{p^5q^6}$

26. feladat

Vigyünk be a gyökjel alá a szorzófaktorokat!

- a) $2\sqrt[3]{2}$ c) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ e) $x^4y^5\sqrt[8]{x^3y^7}$
 b) $\frac{1}{2}\sqrt[4]{2}$ d) $p^2q\sqrt[3]{q^2p}$ f) $\frac{m}{n}\sqrt[4]{\frac{n}{m}}$

27. feladat

Végezzük el a következő műveleteket!

- a) $\sqrt[3]{8 \cdot 125}$ e) $\sqrt[4]{10 + \sqrt{19}} \cdot \sqrt[4]{10 - \sqrt{19}}$
 b) $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$ f) $\left(\sqrt[3]{7 + \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 - \sqrt{22}}\right)$
 c) $\sqrt[6]{2^4 \cdot 7^4} \sqrt[6]{4 \cdot 49}$
 d) $\sqrt[n]{x^{2n-3}y^{3n+1}} \cdot \sqrt[n]{x^{n+3}y^{n-1}}$ g) $(\sqrt{2} - \sqrt[3]{4} + \sqrt[4]{8}) \cdot \sqrt{2}$

28. feladat

Számítsuk ki az alábbi kifejezéseket!

- a) $4^{1/2}$ d) $1000^{-1/3}$ g) $\left(\frac{4}{49}\right)^{-5/2}$ h) $\left(\frac{27}{8}\right)^{-5/3}$
 b) $32^{1/5}$ e) $27^{4/3}$
 c) $64^{5/6}$ f) $0.25^{-1.5}$

29. feladat

Írjuk fel gyökjelekkel!

a) $5^{3/4}$

c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3/2}$

e) $(a^{1/2}b^{2/3})$

b) $13^{-2/3}$

d) $(9x)^{1/2}$

f) $(p^{5/6}q^{1/2})^{-3/2}$

30. feladat

Hozzuk egyszerűbb alakra!

a) $\frac{a-b}{a^{1/2}+b^{1/2}}$

b) $\frac{1}{x^{1/4}-x^{1/8}} + \frac{1}{x^{1/4}+x^{1/8}} - \frac{1}{x^{1/2}-x^{1/4}}$

c) $\sqrt[3]{p^{-1/2}q^{-1}} \cdot p^{5/6}q^{1/2} \cdot \sqrt[3]{p^{-1}q^{2/3}}$

d) $\frac{b-c}{b^{3/4}+b^{1/2} \cdot c^{1/4}} - \frac{b^{1/2}-c^{1/2}}{b^{1/4}+c^{1/4}}$