



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Természettudományi Kar

---

## 3. Matematika Szintrehozó Előadás

---

Feladatgyűjtemény tanulószobára

Írta:  
Andorfi István  
és  
Rudner László



**BME Wigner Jenő Szakkollégium**

**1. feladat**

Váltuk át az alábbi szögeket radiánba, és határozzuk meg a szinuszukat, koszinuszukat és tangensüket! Nézzünk rá ez alapján az 1. feladatra!

- |                        |                             |                         |                          |
|------------------------|-----------------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $\alpha = 30^\circ$ | d) $\delta = 0^\circ$       | g) $\eta = 105^\circ$   | j) $\kappa = 91^\circ$   |
| b) $\beta = 45^\circ$  | e) $\varepsilon = 90^\circ$ | h) $\theta = 360^\circ$ | k) $\lambda = \pi^\circ$ |
| c) $\gamma = 60^\circ$ | f) $\zeta = 20^\circ$       | i) $\iota = 720^\circ$  | l) $\mu = e^\circ$       |

**2. feladat**

Váltuk át az alábbi radiánban megadott szögeket fokba!

- |                             |                                       |  |   |                                |
|-----------------------------|---------------------------------------|--|---|--------------------------------|
| a) $\widehat{\alpha} = \pi$ | b) $\widehat{\beta} = \frac{3\pi}{2}$ | c) $\widehat{\gamma} = \frac{7\pi}{6}$ | d) $\widehat{\delta} = \frac{9\pi}{11}$ | e) $\widehat{\varepsilon} = 1$ |
|-----------------------------|---------------------------------------|--|---|--------------------------------|

**3. feladat**

Egy repülőgép keleti irányban hagyja el a repülőteret, majd északkeletnek fordul. Ezután egy célpontot elhagyva, az előző irányból  $90^\circ$ -kal dél felé fordul. Milyen égtáj felé halad ekkor?

**4. feladat**

Hány fokos szöget zárnak be az óramutatók 0 óra és 12 óra között minden egész órakor?

**5. feladat**

Vegyünk egy 100 m magas tornyot! Milyen hosszúnak mérjük a torony árnyékát, ha a napsugarak a földfelszínnel

- |                    |                    |                   |
|--------------------|--------------------|-------------------|
| a) $30^\circ$ -os; | b) $45^\circ$ -os; | c) $60^\circ$ -os |
|--------------------|--------------------|-------------------|

szöget zárnak be?

**6. feladat**

Egy gyárkémény árnyéka 38.5 m, ugyanakkor a merőlegesen, 10 cm mélyen földbe szúrt 2 m-es karónak az árnyéka 1.62 m. Milyen magas a gyárkémény?

**7. feladat**

Hány fokos szöget zár be a két óramutató

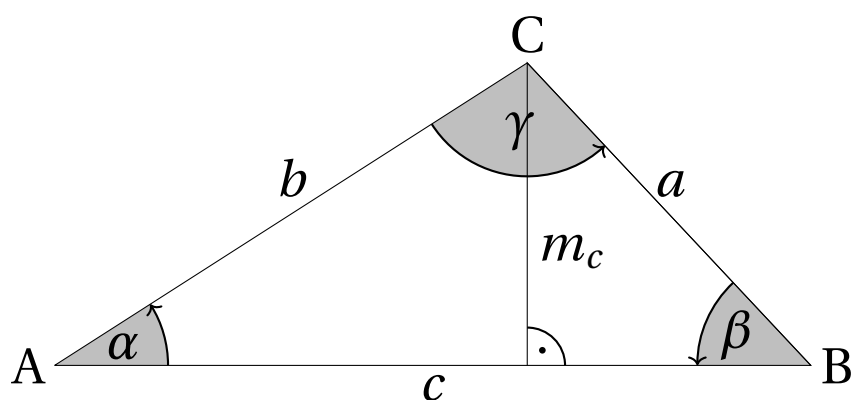
- |                       |
|-----------------------|
| a) negyed hétkor;     |
| b) fél tízkor;        |
| c) háromnegyed ötkor; |

d) 2 óra 20 perckor;

e) 3 óra 32 perckor?

### 8. feladat

$ABC$  egyenlő szárú derékszögű háromszög  $AB$  átfogóján vegyük fel az  $E$  és  $D$  pontokat úgy, hogy  $BE = BC$  és  $AD = AC$  legyen. Bizonyítsuk, hogy az így keletkezett  $CDE$  háromszög egyenlő szárú, és szárszöge  $45^\circ$ -os!



1. ábra

### 9. feladat

Tekintsük a fenti 1. ábrát. Számoljuk ki minden ismeretlen szögét és oldalát, illetve ha az ismeretlen, akkor a jelölt magasságát is, ha tudjuk, hogy

- a)  $\gamma = 90^\circ$ ,  $a = 3$  és  $b = 4$
- b)  $\gamma = 90^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$  és  $b = 4$
- c)  $\gamma = 90^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  és  $b = 4$
- d)  $a = 6$ ,  $b = 8$  és  $c = 17$
- e)  $a = 6$ ,  $b = 8$  és  $c = 10$
- f)  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  és  $b = 4$
- g)  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  és  $m_c = 4$

Minden esetben adjuk meg a háromszög kerületét és területét is.

**10. feladat**

Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket a valós számok halmazán!

- a)  $\sin x = 1/2$ ;
- b)  $\sin^2 x = 1$ ;
- c)  $\cos x = \sqrt{3}/2$
- d)  $\tan^2 x + (1 - \sqrt{3}) \tan x - \sqrt{3} = 0$ .

Figyeljünk rá, hogy minden megoldást megtaláljunk!

**11. feladat**

Számítsuk ki az  $ABC$  háromszög  $A$  és  $B$  csúcsaiból induló magasságvonalainak hajlásszögét, ha

- a)  $\alpha = 22.5^\circ$  és  $\beta = 75^\circ$ ;
- b)  $\alpha = 15^\circ$  és  $\beta = 105^\circ$ ;
- c)  $\alpha = 30^\circ$  és  $\beta = 45^\circ$ ;
- d)  $\alpha = 90^\circ$  és  $\beta = 20^\circ$ !

**12. feladat**

Adjuk meg az  $e$  egyenestől 3 cm-re lévő pontok halmazát!

Adjuk meg az  $ABC$  háromszög csúcsaitól egyenlő távol lévő pontok halmazát!

Adjuk meg  $e$  és  $f$  egyenesektől egyenlő távol lévő pontok halmazát!

**13. feladat**

Egy négyszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint  $1 : \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 2$ , és egy hozzá hasonló négyszög kerülete 75 cm. Mekkora ez utóbbi négyszög oldalainak hossza?

**14. feladat**

Vegyük a  $(2; 1)$  középpontú, 5 sugarú kört! Mekkora a választhatjuk a  $(3; 5)$  középpontú kör sugarát, hogy

- a) ne legyen közös pontjuk;
- b) pontosan egy közös pontjuk legyen;
- c) több, mint egy közös pontjuk legyen? Hány közös pontjuk lehet legfeljebb?

**15. feladat**

Hány olyan pont van, amely három adott egyenestől egyenlő távol van?

**16. feladat**

A koszinusztétel és a skalárszorzat definíciója alapján igazoljuk, hogy  $\mathbf{a} = (x_a; y_a)$  és  $\mathbf{b} = (x_b; y_b)$  síkbeli vektorok esetén a skalárszorzat két definíciója ekvivalens, azaz

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha = x_a x_b + y_a y_b, \quad (1)$$

ahol  $\alpha$  a két vektor által bezárt szög.