



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Természettudományi Kar

---

## 2. KONZULTÁCIÓS ALKALOM

---

Feladatgyűjtemény

Írta:  
Andorfi István



BME Wigner Jenő Szakkollégium

## 1. feladat

Számítsuk ki az alábbi kifejezéseket!

- a)  $4^{1/2}$                       d)  $1000^{-1/3}$                       g)  $\left(\frac{4}{49}\right)^{-5/2}$                       h)  $\left(\frac{27}{8}\right)^{-5/3}$   
 b)  $32^{1/5}$                       e)  $27^{4/3}$   
 c)  $64^{5/6}$                       f)  $0.25^{-1.5}$

## 2. feladat

Végezzük el az alábbi gyökvonásokat!

- a)  $\sqrt[3]{27}$                       d)  $\sqrt[6]{-64}$                       f)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$                       h)  $\sqrt[5]{c^5}$   
 b)  $\sqrt[5]{-243}$   
 c)  $\sqrt[4]{16}$                       e)  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$                       g)  $\sqrt[4]{b^4}$

## 3. feladat

Vigyünk ki a gyökjel elé a lehetséges szorzófaktorokat!

- a)  $\sqrt[3]{24}$                       d)  $\sqrt[3]{8b^2}$                       g)  $\sqrt[k]{a^{k+1}}$   
 b)  $\sqrt[3]{54}$                       e)  $\sqrt[4]{64x^3}$                       h)  $\sqrt[n+1]{d^{n+3}}$   
 c)  $\sqrt[5]{64}$                       f)  $\sqrt[4]{p^5q^6}$                       i)  $\sqrt[k+2]{x^{2k+5}y^{k+3}}$

## 4. feladat

Vigyünk be a gyökjel alá a szorzófaktorokat!

- a)  $2\sqrt[3]{2}$                       f)  $\frac{m}{n}\sqrt[4]{\frac{n}{m}}$   
 b)  $\frac{1}{2}\sqrt[4]{2}$                       g)  $\frac{a}{pq}\sqrt[6]{\frac{p^2q^4}{a^3}}$   
 c)  $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$                       h)  $(x+y)\sqrt[4]{\frac{1}{x+y}}$   
 d)  $p^2q\sqrt[3]{q^2p}$                       i)  $\frac{a+b}{a-b}\sqrt[3]{\frac{a^2-2ab+b^2}{(a+b)^2}}$   
 e)  $x^4y^5\sqrt[8]{x^3y^7}$

## 5. feladat

Oldjuk meg a következő egyenleteket a megadott értelmezési tartományon!

- a)  $(-2x+1) - (x+2) = 3x-1, \quad x \in \mathbb{R}^+$

$$b) 5x + 3.48 - 2.35x = 5.12 - 2.6x + 10.42, \quad x \in [-2; 3]$$

$$c) 0.3x + 2.1 - (1.3x + 1.5) = -2(2.3 - x), \quad x \in \mathbb{Q}$$

$$d) x - \frac{6 - 2x}{3} = 2x - 4 - \frac{x + 3}{2}, \quad x \in \mathbb{N}$$

$$e) \frac{1}{2} - \left[ x - \left[ \frac{3}{8} + x - 2 \left( \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \right) \right] \right] = \frac{1}{4} \left( 3x - \frac{1}{2} \right), \quad x \in ]-2; 3]$$

$$f) \frac{3}{2} \left[ x - \left[ 3 \left( x + \frac{7}{3} \right) - 2 \left( x - \frac{1}{2} \right) \right] \right] = 3(x - 48), \quad x \in \mathbb{N}$$

### 6. feladat

Hány százalékos alkohololdatot kapunk, ha összekeverünk

- a) 4 liter 55%-os és 6 liter 25%-os alkohololdatot;
- b) 25 liter 20%-os és 30 liter 23%-os alkohololdatot?

Hány liter vizet kell öntenünk

- c) 32 liter 20%-os alkohololdathoz, hogy 15%-os alkohololdatot kapjunk;
- d) 12 liter 18%-os és 22 liter 10%-os alkohololdathoz, hogy 8%-os alkohololdatot kapjunk?

### 7. feladat

Oldjuk meg az alábbi egyenleteket:

$$a) |x| - 4 = 6$$

$$b) |x + 3| = 12$$

$$c) \left| \frac{3 - x}{x - 1} \right| + \left| \frac{x - 1}{3 - x} \right| = \frac{5}{2}$$

Határozzuk meg  $p$  paraméter értékét úgy, hogy a

$$d) |x - 2| + x - 1 = px$$

egyenletnek pontosan 1 megoldása legyen!

### 8. feladat

Oldjuk meg a következő másodfokú egyenleteket teljes négyzetté alakítással!

$$a) x^2 - 25 = 0$$

$$b) x^2 - 5x = 0$$

c)  $x^2 - x - 6 = 0$

d)  $x^2 + 2x - 100 = 2(x + 22)$

e)  $x(x - 2) = 15$

**9. feladat**

Oldjuk meg a következő másodfokú egyenleteket a valós számok halmazán!

a)  $x^2 - 3 = 2x$

b)  $x^2 + 4x = 5$

c)  $2x^2 = 4x + 23$

d)  $-2x - 3 = x^2$

e)  $(2x - 4)(x - 2) = 12x + 8$

f)  $47 - y(3y + 4) = 2(17 - 2y) - 62$

g)  $(v + 2)(v - 3) + (v + 3)(v - 2) = 20$

h)  $(u - 3)^2 + (u + 4)^2 - (u - 5)^2 = 17u + 24$

**10. feladat**

Oldjuk meg a  $8(x - 1)^6 - 215(x - 1)^3 - 27 = 0$  egyenletet a valós számokon. Hány megoldás van?

**11. feladat**

Mely egész számokra igaz, hogy  $(x - 2)^2 \leq 7 - 2x$ ?

**12. feladat**

Legyen adott  $AB$  szakasz, melynek hossza  $c!$ . Helyezzünk el a szakaszon egy  $C$  osztópontot úgy, hogy  $|\overline{AC}| = a$  és  $|\overline{CB}| = b$  és  $a < b$  esetén a

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \Delta \quad (1)$$

reláció teljesüljön, azaz a kisebb szakasz hosszának aránya a nagyobb szakaszhoz legyen ugyanakkora, mint a nagyobb szakasz aránya az egészhez! Mekkora ez a  $\Delta$  arány?

## 13. feladat

Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket behelyettesítő módszerrel!

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 1 + \sqrt{6} \\ 2x + \sqrt{2}y = 2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3y = 3 - 2x \\ -x + \frac{3}{2}y + 1 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ 5x + 10y + 7 = 0 \end{cases}$$

## 14. feladat

Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket egyenlő együtthatók módszerével!

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \sqrt{5}x + (1 + \sqrt{7})y = 10 \\ 2x + \sqrt{3}y = 4\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = \frac{1}{6} \\ -4x + \frac{5}{6}y = \frac{7}{8} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} -2x + y = 5 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$$

## 15. feladat

Gauss-elimináljunk, csak ne mondjuk, hogy azt csináljuk!

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x - 6y + 2.5z = 1 \\ -2x - 3y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 7 \\ y + z = 9 \\ x + z = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 3z = 5 \\ 3y + z = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x + y = 4 \\ y + z = -a \\ x + z = 3a \end{cases}$$

## 16. feladat

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket!

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y^2 = 11 \\ 2x - y^2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - y = 2 \\ x^3 - y^3 = 26 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 8 \\ xy = -15 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

**17. feladat**

Az  $m$  meredekség milyen értékei mellett lesz az  $(4 \ 5)$  középpontú, 2 egység sugarú körnek és az  $y = mx + 1$  egyenletű egyenesnek 0, 1, 2 metszéspontja?

**18. feladat**

Váltsuk át radiánba és számoljuk ki a következő szögek szögfüggvényeit:

- |                        |                          |                            |                         |
|------------------------|--------------------------|----------------------------|-------------------------|
| a) $\alpha = 30^\circ$ | d) $\delta = 0^\circ$    | g) $\eta = 180^\circ$      | j) $\kappa = 240^\circ$ |
| b) $\beta = 45^\circ$  | e) $\epsilon = 90^\circ$ | h) $\vartheta = 225^\circ$ |                         |
| c) $\gamma = 60^\circ$ | f) $\zeta = 120^\circ$   | i) $\iota = -60^\circ$     |                         |

**19. feladat**

Oldjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenleteket a valós számok halmazán!

- $\sin x = 1/2$ ;
- $\sin^2 x = 1$ ;
- $\cos x = \sqrt{3}/2$
- $\tan^2 x + (1 - \sqrt{3}) \tan x - \sqrt{3} = 0$ .

Figyeljünk rá, hogy minden megoldást megtaláljunk!

**20. feladat**

Igazoljuk a trigonometrikus Pitagorasz-tételt, azaz, hogy

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1. \quad (2)$$