

Lineáris rekurziók összefésülésével definiált sorozatok kvalitatív vizsgálata

Számítástudományi és Információelméleti
Tanszék

Recski András

$$F_0=0, F_1=1, n>1\text{-re } F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$$

$$F_0=0, F_1=1, n>1\text{-re } F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$$

$$F_n=(1/\sqrt{5})[((1+\sqrt{5})/2)^n - ((1-\sqrt{5})/2)^n]$$

$$F_0=0, F_1=1, n>1\text{-re } F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$$

$$a_0 \text{ és } a_1 \text{ adott, } n>1\text{-re } a_n=c_1a_{n-1}+c_2a_{n-2}$$

$$\text{Karakterisztikus egyenlet } x^2-c_1x-c_2=0$$

$$\text{Ha } \lambda_1 \neq \lambda_2, \text{ akkor } a_n=\lambda_1x_1^n+\lambda_2x_2^n$$

A karakterisztikus egyenlet	Gyökei	Rekurzió és explicit képlet	
$x^2-3x+2=0$	1, 2	$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=c_12^n+c_2(-1)^n$	

A karakterisztikus egyenlet	Gyökei	Rekurzió és explicit képlet	
$x-3=0$	3	$a_n=3a_{n-1}$ $a_n=c3^n$	
$x^2-3x+2=0$	1, 2	$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=c_12^n+c_2(-1)^n$	

A karakterisztikus egyenlet	Gyökei	Rekurzió és explicit képlet	
$x-3=0$	3	$a_n=3a_{n-1}$ $a_n=c3^n$	
$x^2-3x+2=0$	1, 2	$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=c_12^n+c_2(-1)^n$	
$x^2-2x+2=0$	$1 \pm i$	$a_n=2a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=2^{n/2}(c_1\cos n\cdot45^\circ+c_2\sin n\cdot45^\circ)$	

A karakterisztikus egyenlet	Gyökei	Rekurzió és explicit képlet	
$x-3=0$	3	$a_n=3a_{n-1}$ $a_n=c3^n$	
$x^2-3x+2=0$	1, 2	$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=c_12^n+c_2(-1)^n$	
$x^2-2x+2=0$	$1\pm i$	$a_n=2a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=2^{n/2}(c_1\cos n\cdot45^\circ+c_2\sin n\cdot45^\circ)$	
$x^2-4x+4=0$	2, 2	$a_n=4a_{n-1}-4a_{n-2}$ $a_n=(c_1+c_2n)2^n$	

A karakterisztikus egyenlet	Gyökei	Rekurzió és explicit képlet	Differenciálegyenlet és megoldása
$x-3=0$	3	$a_n=3a_{n-1}$ $a_n=c3^n$	$y'=3y$ $y=ce^{3x}$
$x^2-3x+2=0$	1, 2	$a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=c_12^n+c_2(-1)^n$	$y''=3y'-2y$ $y=c_1e^{2x}+c_2e^{-x}$
$x^2-2x+2=0$	$1\pm i$	$a_n=2a_{n-1}-2a_{n-2}$ $a_n=2^{n/2}(c_1\cos n\cdot45^0+c_2\sin n\cdot45^0)$	$y''=2y'-2y$ $y=e^x(c_1\cos x+c_2\sin x)$
$x^2-4x+4=0$	2, 2	$a_n=4a_{n-1}-4a_{n-2}$ $a_n=(c_1+c_2n)2^n$	$y''=4y'-4y$ $y=(c_1+c_2x)e^{2x}$



Egy műszaki probléma megoldása
kapcsán merült fel:

a_0 és a_1 adott, $n > 1$ -re

$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2}$ ha n páros,

$a_n = d_1 a_{n-1} + d_2 a_{n-2}$ ha n páratlan.

a_0 és a_1 adott, $n > 1$ -re

$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2}$ ha n páros,

$a_n = d_1 a_{n-1} + d_2 a_{n-2}$ ha n páratlan.

Ilyenkor ez a sorozat előállítható egy közös $a_n = g_1 a_{n-1} + g_2 a_{n-2} + g_3 a_{n-3} + g_4 a_{n-4}$ rekurzióval is.



a_0 és a_1 adott, $n > 1$ -re

$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2}$ ha n páros,

$a_n = d_1 a_{n-1} + d_2 a_{n-2}$ ha n páratlan.

Ilyenkor ez a sorozat előállítható egy közös $a_n = g_1 a_{n-1} + g_2 a_{n-2} + g_3 a_{n-3} + g_4 a_{n-4}$ rekurzióval is.

Az új együttthatók nem csak a régi együttthatóktól, hanem az a_0 és a_1 kezdeti értékektől is függnének.

Legyen pl. $a_n = -a_{n-2}$ ha n páros és
 $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ ha n páratlan.

Ha $a_0 = 0$ és $a_1 = 1$, akkor

$$a_n = -a_{n-2}$$

lesz az összefésülés utáni rekurzió.

Ha $a_0 = 1$ és $a_1 = 2$, akkor

$$a_n = -2a_{n-2} - a_{n-4}$$

lesz az összefésülés utáni rekurzió.



Today's Special



Fibonacci's Soup

Ingredients:

- Yesterday's Soup
- The Day Before
Yesterday's Soup

Köszönöm a figyelmet!

Ha valakit érdekel a téma,
elérhetőségem:

recski@cs.bme.hu vagy
andras.recski@gmail.com